

導関数の定義と 差商 -基本演習  
derivative difference quotient

→ [講義](#) 導関数の定義と差商 [lecture](#) [math](#) [calculus](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/導関数の定義と差商-講義/>

## 1 問題 1

定義から  $f(x) = x^3$  の導関数を求めよ。

### 1.1 解答例

Correct

$h \neq 0$  の範囲で

$$\frac{(x+h)^3 - x^3}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2$$

である。したがって  $h \rightarrow 0$  として  $f'(x) = 3x^2$  を得る。

### 1.2 解説

$h$  で割るため、先に  $h \neq 0$  で整理し、最後に極限を取る。

### 1.3 よくある誤り

$h = 0$  を途中で代入する誤りがある。

## 2 問題 2

$f(x) = 1/x$  について、定義から  $f'(a)$  を求めよ。ただし  $a \neq 0$  とする。

### 2.1 解答例

Correct

$a \neq 0$  かつ  $a+h \neq 0$  の範囲で

$$\frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \frac{-1}{a(a+h)}$$

である。したがって

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{a(a+h)} = -\frac{1}{a^2}$$

である。

## 2.2 解説

文字式の分母が現れるため、 $a \neq 0$  と  $a + h \neq 0$  を確認する。

## 2.3 よくある誤り

$1/(a + h) - 1/a$  の通分で符号を誤る場合が多い。

## 3 問題 3

$f(x) = |x|$  が 0 で微分可能でないことを示せ。

### 3.1 解答例

#### Correct

右側の差商は 1、左側の差商は  $-1$  である。よって左右の極限が一致せず、微分可能でない。

## 3.2 解説

連続でも微分可能とは限らない。

## 4 関連リンク

→ [講義](#) 導関数の定義と差商 [lecture](#) [math](#) [calculus](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/導関数の定義と差商-講義/>