

へんすうぶんりけい じりつけい きほんえんしゅう
変数分離形と 自律系 -基本演習
separable equation autonomous system

→ 講義 変数分離形と自律系 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/変数分離形と自律系-講義/>

1 演習の方針

変数分離形では、 y を含む因子で割る場面がある。このとき、その因子が0になる解を失わないように、先に平衡解を確認する。

2 問題 1

次の微分方程式を解け。

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

2.1 解答例

Correct

$$y = Ce^{x^2/2}$$

2.2 解説

y で割るときは、 $y = 0$ を先に確認する。 $y = 0$ は元の式を満たすので解である。 $y \neq 0$ の範囲では

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = x$$

となり、積分して $\log|y| = x^2/2 + C$ を得る。 $C = 0$ を含めて書けば、零解も $y = Ce^{x^2/2}$ に含まれる。

3 問題 2

次の自律型の平衡解を求め、 $0 < y < 1$ で y が増えるか減るかを判定せよ。

$$y' = y(1 - y)$$

3.1 解答例

Correct

平衡解は $y = 0, 1$ である。 $0 < y < 1$ では $y(1 - y) > 0$ なので y は増加する。

3.2 解説

自律系では、横軸の位置 x ではなく、現在の値 y が変化の向きを決める。これは方向場を読む準備になる。

4 問題 3

次の初期値問題を解け。

$$y' = 2y, \quad y(0) = 3$$

4.1 解答例

Correct

$$y = 3e^{2x}$$

4.2 解説

変数分離で $\log|y| = 2x + C$ を得る。初期条件 $y(0) = 3$ は y が正である枝を選ぶので、 $y = Ce^{2x}$ に $C = 3$ を入れればよい。

5 講義リンク

→ [講義 変数分離形と自律系](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/変数分離形と自律系-講義/>

→ [講義 Logistic 方程式](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Logistic 方程式-講義/>