

直線運動と落下-基本演習

→ 講義 直線運動と落下運動 [lecture](#) [physics](#) [mechanics](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/mechanics/直線運動と落下運動-講義/>

1 問題 1：等加速度直線運動の基本

初速度 $v_0 = 10$ [m/s; LT^{-1}]、加速度 $a = 2.0$ [m/s²; LT^{-2}] で直線運動する物体について、 $t = 3.0$ [s; T] 後の速度と変位を求めよ。

1.1 解答

適用条件の確認：加速度が一定（等加速度運動）であるため、運動学の公式が使用できる。

ルート A：公式を直接適用する。

速度：

$$v = v_0 + at = 10 \text{ [m/s; } LT^{-1}] + 2.0 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}] \times 3.0 \text{ [s; } T] = 16 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$$

変位：

$$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 10 \text{ [m/s; } LT^{-1}] \times 3.0 \text{ [s; } T] + \frac{1}{2} \times 2.0 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}] \times (3.0 \text{ [s; } T])^2 = 30 \text{ [m; } L] + 9.0 \text{ [m; } L] = 39 \text{ [m; } L]$$

ルート B：積分から導出する（公式の成立を確認する意味で有効）。

$a = \text{const}$ を積分すると $v(t) = v_0 + at$ 。さらに積分すると $x(t) = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 。値を代入すると同じ結果を得る。

このルートを選ぶ場面：ルート A は数値が与えられている通常の問題で最速。ルート B は「なぜこの公式か」を確認したいとき、または a が時間に依存する場合の一般化として。

1.2 解説

使用した定石：等加速度運動の公式 ($v = v_0 + at$ 、 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$)。導出は加速度の積分による。

→ 講義 直線運動と落下運動 [lecture](#) [physics](#) [mechanics](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/mechanics/直線運動と落下運動-講義/>

失敗分類：

- 見分けミス： t が与えられているのに $v^2 = v_0^2 + 2ax$ を選ぶ → 与件を確認する習慣をつける
- 適用条件ミス： $a = \text{const}$ の確認を省略する → 問題文で「等加速度」「一定の加速度」を確認する
- 公式適用ミス： v_0 と a の符号を誤る → 軸の向きを設定してから符号を決定する

1.3 よくある誤り

- 公式の混同： $v^2 = v_0^2 + 2ax$ （時間を使用しない公式）を時間が必要な問題に使用してしまう。見分け： t が与えられていれば $v = v_0 + at$ 、 t が不要なら $v^2 = v_0^2 + 2ax$ 。

- 単位の変換を忘れる：km/h と m/s の混在。

2 問題 2：速度と速さの区別

物体が初速度 $v_0 = 20$ [m/s; LT^{-1}] (上向き) で鉛直に投げ上げられた。

- (1) 最高点に達するまでの時間を求めよ。 $g = 9.8$ [m/s²; LT^{-2}] とする。
- (2) 最高点での速度と速さをそれぞれ答えよ。

2.1 解答

符号の設定：上向きを正とすると $a = -g = -9.8$ [m/s²; LT^{-2}]。

- (1) 最高点では速度 $v = 0$ 。

$$0 \text{ [m/s; } LT^{-1}] = v_0 + at = 20 \text{ [m/s; } LT^{-1}] - 9.8 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}] t \implies t = \frac{20 \text{ [m/s; } LT^{-1}]}{9.8 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}]} \approx 2.04 \text{ [s; } T]$$

- (2) 最高点での速度は定義より $v = 0$ [m/s; LT^{-1}] (符号を含むベクトル量)。速さは $|v| = 0$ [m/s; LT^{-1}] (大きさのみのスカラー量)。

2.2 解説

速度と速さの区別：速度はベクトル (向きをもつ)、速さはスカラー (大きさのみ)。最高点では「上へ向かう」運動も「下へ向かう」運動も一瞬だけ停止するため、速度 = 0 [m/s; LT^{-1}]、速さ = 0 [m/s; LT^{-1}] となる。

失敗分類：

- 前提理解不足：速度と加速度を同一視する → 速度は「位置の変化率」、加速度は「速度の変化率」という定義に戻る
- 公式適用ミス：符号の設定を忘れ、 $v_0 = 20$ を正として g の符号を誤る → 上向き正と設定したら $a = -g$ を貫く

2.3 よくある誤り

- 「最高点では加速度も 0」：速度 = 0 [m/s; LT^{-1}] だが加速度は常に $-g$ (重力は最高点でも作用する)。この混同は速度と加速度の区別の不足から生じる。

3 問題 3：自由落下と速度-時間グラフ

高さ $H = 80$ [m; L] の地点から静止状態で物体を落下させる。 $g = 10$ [m/s²; LT^{-2}] とし、空気抵抗を無視する。

- (1) 地面に到達するまでの時間を求めよ。

(2) 地面に到達する直前の速度を求めよ (2通りの方法で)。

3.1 解答

設定：下向きを正、 $v_0 = 0$ [m/s; LT^{-1}]、 $a = g = 10$ [m/s²; LT^{-2}]。

(1) $H = \frac{1}{2}gt^2$ から

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 80 \text{ [m; L]}}{10 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}\text{]}}} = \sqrt{16 \text{ [s}^2\text{; } T^2\text{]}} = 4.0 \text{ [s; } T\text{]}$$

(2) ルート A：時間を使用する公式。

$$v = gt = 10 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}\text{]} \times 4.0 \text{ [s; } T\text{]} = 40 \text{ [m/s; } LT^{-1}\text{]}$$

ルート B：時間を使用しない公式。

$$v^2 = v_0^2 + 2aH = (0 \text{ [m/s; } LT^{-1}\text{]})^2 + 2 \times 10 \text{ [m/s}^2\text{; } LT^{-2}\text{]} \times 80 \text{ [m; L]} = 1600 \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{; } L^2T^{-2}\text{]} \implies v = 40 \text{ [m/s; } LT^{-1}\text{]}$$

両ルートで一致する。

このルートを選ぶ場面：ルート A は (1) で $t = 4.0$ [s; T] を求めた後ならそのまま使える。ルート B は t を求めずに直接速度を求めるときに有効。

3.2 解説

自由落下は $v_0 = 0$ 、 $a = g$ の特殊な等加速度運動。適用条件：空気抵抗が無視できること (問題文で明記)。

失敗分類：

- 見分けミス： t を先に求めず $v^2 = 2gH$ から直接計算することもできる (ルート B) が、問題 (1) の結果があるのでルート A が速い
- 適用条件ミス：「空気抵抗が無視」の明記がない問題では適用できない → 問題文の条件を確認する
- 計算ミス： $\sqrt{16} = 4$ の計算で 4.0 と単位を含めて答える

3.3 よくある誤り

- $H = \frac{1}{2}gt^2$ ではなく $H = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$ を使用しない： $v_0 = 0$ なので第一項が消えるが、見落とすと計算が複雑になる。

4 問題 4：2 物体の追跡問題

A が $t = 0$ [s; T] に $x = 0$ [m; L] から速度 $v_A = 4.0$ [m/s; LT^{-1}] の等速直線運動を開始する。同時刻に B が $x = 0$ [m; L] から加速度 $a = 2.0$ [m/s²; LT^{-2}] ($v_{0B} = 0$ [m/s; LT^{-1}]) で出発する。B が A に追いつく時刻と位置を求めよ。

4.1 解答

設定：A の位置 $x_A = v_A t = 4.0$ [m/s; LT^{-1}] t 、B の位置 $x_B = \frac{1}{2}at^2 = 1.0$ [m/s²; LT^{-2}] t^2 。

BがAに追いつく条件は $x_A = x_B$:

$$4.0 \text{ [m/s; } LT^{-1}]t = 1.0 \text{ [m/s}^2; LT^{-2}]t^2$$

$t > 0$ [s; T] なので両辺を t で割ると、

$$4.0 \text{ [m/s; } LT^{-1}] = 1.0 \text{ [m/s}^2; LT^{-2}]t \implies t = 4.0 \text{ [s; T]}$$

位置は $x = 4.0 \text{ [m/s; } LT^{-1}] \times 4.0 \text{ [s; T]} = 16 \text{ [m; L]}$ 。

4.2 解説

追跡問題の定石：各物体の位置を t の関数として表し、 $x_A = x_B$ を解く。 $t = 0$ [s; T] は同じ地点にいるだけ

で「追いついた」ではないため、 $t > 0$ [s; T] の解を選ぶ。

失敗分類：

- 見分けミス：追跡問題とわかれば $x_A = x_B$ が出発点 → 問題文の「追いつく」「同じ位置」というキーワードで判断する
- 公式適用ミス：Bの位置を $v_{0B}t + \frac{1}{2}at^2$ とし $v_{0B} = 0$ の代入を忘れる
- 計算ミス： $t^2 - 4t = 0$ を $t = 4.0$ [s; T] のみと解く ($t = 0$ [s; T] の解を見落とし $t > 0$ [s; T] の判断をしない)

4.3 よくある誤り

- $t = 0$ [s; T] を正解として採用する：見分け方：問題が「BがAに追いつく」と述べているため、 $t > 0$ [s; T] の解のみが正しい。

5 問題 5：時間なしで速度を求める

水平な地面から初速度 $v_0 = 15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$ で鉛直に投げ上げた物体が、最高点から再び地面に戻ってくる直前の速度を求めよ。 $g = 10 \text{ [m/s}^2; LT^{-2}]$ 。

5.1 解答

ルート A：対称性を利用する。

投射の上昇と下降は時間が等しく（空気抵抗なし）、初速度と最終速度の大きさは等しい。ただし向きは逆（下向き）。

$$v = -v_0 = -15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$$

下向きを負とすると $-15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$ である。速さは $|v| = 15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$ 。

ルート B： $v^2 = v_0^2 + 2ax$ を使用する。始点と終点で $x = 0$ （同じ高さ）。

$$v^2 = v_0^2 + 2g \times 0 \text{ [m; L]} = (15 \text{ [m/s; } LT^{-1}])^2 = 225 \text{ [m}^2/\text{s}^2; L^2 T^{-2}] \implies v = \pm 15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$$

下へ向かっているため $v = -15 \text{ [m/s; } LT^{-1}]$ （上向き正の設定）。

このルートを選ぶ場面：ルート A は「対称性」という物理的な直観を使用するため速い。ルート B は公式を機械的に適用するため確実。どちらのルートも正確な答えを与える。

5.2 解説

保存力（重力）のみが作用し始点・終点の高さが同じ → 位置エネルギーの変化 $\Delta U = 0$ → 運動エネルギーも変化しない → 速さは初速度に等しい。これは力学的エネルギー保存則からも説明できる。

失敗分類：

- 見分けミス：ルート A の対称性を思いつけない場合はルート B で機械的に計算する → どちらでも正答を得られる
- 公式適用ミス：始点と終点で $x = 0$ （同じ高さ）の確認を忘れて Δx を別の値にしてしまう
- 前提理解不足：「速度は向きをもつ」ことを忘れ $|v|$ を速度として答える → 問題文が「速度」か「速さ」かで回答形式を変える

5.3 よくある誤り

- 速度の符号を無視して $+15$ [m/s; LT^{-1}] と答える：速度は向きをもつベクトル量。下向きを正に設定した場合は $+15$ [m/s; LT^{-1}]、上向きを正にした場合は -15 [m/s; LT^{-1}] となる。設定の一貫性が重要。

6 関連リンク

→ 講義 直線運動と落下運動 [lecture](#) [physics](#) [mechanics](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/mechanics/直線運動と落下運動-講義/>

→ 定石集 運動方程式の立式 [reference](#) [physics](#) [mechanics](#)
<https://study.bem130.com/reference/physics/mechanics/運動方程式の立式-定石集/>