

木とヒープの基本

1 導入

この講義で最重要なのは、木は「親子関係で要素を整理する構造」であり、ヒープはその上に「親と子の大小関係を課したものだということです。配列は横に並べる構造ですが、木は分岐しながら下へ広がります。この見方が分かると、優先度つきキューや探索木の話へ自然に進めます。

2 用語と定義

木とは、根から枝分かれする階層構造です。
 ヒープとは、完全二分木の形をもち、親と子の間に大小関係をもつ構造です。
 優先度つきキューとは、最も優先度の高い要素から取り出す構造です。

3 方針

まず木を「親と子」で読む構造として捉えます。そのうえで、ヒープでは「親が子より大きい」または「小さい」という条件を加えると、最小値や最大値を取り出しやすくなることを見ます。

4 直感的な説明

教室の席順のように横に並んだ構造では、中央の近くも端も同じように1列の中にあります。いっぽう組織図のような構造では、「だれの下にだれがいるか」が重要です。木はこのような階層を表すのに向いています。

5 厳密な説明

5.1 1. 木

根を1つもち、各節点から子へ枝がのびる構造を考えます。循環がないことが重要です。

5.2 2. ヒープ

最大ヒープでは、どの節点でも

$$\text{親の値} \geq \text{子の値}$$

が成り立ちます。

5.3 3. 計算量

完全二分木では高さがだいたい $\log n$ なので、ヒープでの挿入や削除は多くの場合 $O(\log n)$ です。

6 見分け方

- 親子関係や階層を使って整理したいなら、木を疑います。
- 最小値や最大値を繰り返し取り出したいなら、ヒープが候補です。
- 完全に整列された順序が必要なら、ヒープだけでは足りないことに注意します。

7 最終形

木 = 階層構造

ヒープ = 木 + 親子の大小関係

ヒープ操作の典型 = $O(\log n)$

8 一言でいうと

- 木は階層を表す構造で、ヒープはそこに優先順位を扱いやすい規則を加えたものです。