通信工学の基本

1 導入

この講義で最重要なのは、通信とは、信号を波形として送るだけでなく、その周波数成分と雑音の中でどう区別して受け取るかまで含むということです。

通信工学では、時間の関数として信号を見るだけでは足りません。なぜなら、伝送路やフィルタや雑音は、周波数ごとに違う働きをするからです。

2 用語と定義

信号（Signal）とは、情報を時間や空間の関数として表したものです。

変調（Modulation）とは、低周波の情報信号を高周波の搬送波へ乗せる操作です。

帯域（Bandwidth）とは、信号や系が主に使う周波数範囲です。

3 方針

まず周波数で見る理由を押さえます。そのあと、変調がなぜ必要か、雑音があるときに何が問題になるかを整理します。

→ 講義 **フーリエ変換の入口** lecture math analysis
https://study.bem130.com/lecture/math/analysis/フーリエ変換の入口-講義/

→ 講義 **複素数と複素平面** lecture math algebra
https://study.bem130.com/lecture/math/algebra/複素数と複素平面-講義/

→ 講義 **確率分布の基本** lecture math statistics
https://study.bem130.com/lecture/math/statistics/確率分布の基本-講義/

4 直感的な説明

音声をそのまま遠くへ送るのは難しいですが、高周波の波に乗せると送りやすくなります。これは荷物を手で運ぶかわりに車へ乗せるのに似ています。搬送波が車体で、情報信号が荷物です。

また、雑音は完全には避けられません。だから通信では、「信号をどう作るか」だけでなく、「雑音の中でどう見分けるか」も本質です。

5 厳密な説明

5.1 1. なぜ周波数で見るのか

時間領域の信号 $x(t)$ は、フーリエ変換

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}\,dt$$

で周波数成分へ分解できます。

線形時不変の系では、複素指数関数 $e^{i\omega t}$ が固有関数になるので、周波数ごとに 入力 がどう変わるかを別々に追えます。これが通信で周波数領域が 重要 な理由です。

ここで固有関数というのは、系へ入れても 形 が保たれて、大きさや位相だけが変わる関数ということです。たとえば微分しても

$$\frac{d}{dt}e^{i\omega t} = i\omega e^{i\omega t}$$

で、同じ 形 のまま定数倍されます。だから複雑な波形も、こうした 単純 な成分へ分解すると 扱 いやすくなります。

5.2 2. 変調 の必要性

情報信号を $m(t)$、搬送波を $\cos\omega_c t$ とすると、もっとも基本的な振幅変調は

$$s(t) = (1 + k\,m(t))\cos\omega_c t$$

の 形 で書けます。

ここで搬送波を掛けると、周波数の 中心 が ω_c の近くへ移ります。つまり低周波の 情報 を、送信しやすい高周波の帯域へ移しているわけです。

複素指数関数で見ると、この周波数移動はさらに分かりやすくなります。

$$\cos\omega_c t = \frac{e^{i\omega_c t} + e^{-i\omega_c t}}{2}$$

なので、時間領域で $m(t)$ に $e^{i\omega_c t}$ を掛けることは、周波数領域でスペクトルを ω_c だけ平行移動することに対応します。これが 変調 の核心です。

5.3 3. 雑音の見方

受信信号を

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

とします。$n(t)$ が雑音です。

雑音があるときは、信号そのものの大きさだけでなく、雑音に比べてどれだけ強いかを見る必要があります。これが SNR

$$\mathrm{SNR} = \frac{\text{signal power}}{\text{noise power}}$$

です。

振幅そのものではなく電力を比べるのは、受信側で本当に問題になるのが「どれだけ強く届いているか」だからです。雑音が確率的なら、瞬間値より平均電力や分散のほうが意味を持ちます。

5.4 4. 帯域の意味

信号が広い周波数成分を持つと、それを通すための帯域も広く必要です。したがって通信では、

- どれだけ速く情報を送りたいか
- どれだけ広い帯域を使えるか
- 雑音の中でどこまで誤りなく受信したいか

の兼ね合いを考えます。

6 別の見方

6.1 時間領域の見方

波形そのものを見て、遅延や歪みや雑音を考える見方です。

6.2 周波数領域の見方

フーリエ変換で成分へ分解し、帯域やフィルタや変調を考える見方です。

6.3 確率的な見方

雑音や誤りを確率変数として見る見方です。こちらでは平均や分散や誤り率が主役になります。

7 見分け方

- 信号の形や応答を見たいなら、まず時間領域で考えます。
- 帯域や変調やフィルタの問題なら、周波数領域へ移ります。
- 雑音や誤りの議論なら、確率の見方を使います。

8 どこまで成り立つか

ここでの議論は、線形時不変の系や単純な雑音模型を前提にしています。非線形な増幅器や複雑な通信路では、もっと丁寧な扱いが必要です。

また、ここでの振幅変調の式は、搬送波と情報信号の周波数帯が十分分離していることや、線形な変調器を仮定していることを前提にしています。

9 最終形

$$\boxed{X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t}\, dt}$$

$$\boxed{s(t) = (1 + k\, m(t)) \cos \omega_c t}$$

$$\boxed{\mathrm{SNR} = \frac{\text{signal power}}{\text{noise power}}}$$

10 関連リンク

→ 講義 **フーリエ変換の入口** lecture math analysis
https://study.bem130.com/lecture/math/analysis/フーリエ変換の入口-講義/

→ 講義 **複素数と複素平面** lecture math algebra
https://study.bem130.com/lecture/math/algebra/複素数と複素平面-講義/

→ 講義 **確率分布の基本** lecture math statistics
https://study.bem130.com/lecture/math/statistics/確率分布の基本-講義/