

論理と真理値表の基本

1 導入

この講義で最重要なのは、条件文の意味を自然言語の雰囲気を読まず、真か偽かの表で確定することです。プログラムのif文や仕様書の条件で誤解が起きやすいのは、「または」が排他的なのか、「ならば」が日常語の因果なのかを曖昧に読んでしまうからです。真理値表は、その曖昧さを消す道具です。

2 用語と定義

否定とは、命題 P の真偽を反転した $\neg P$ です。

論理積とは、 P と Q がどちらも真のときだけ真になる $P \wedge Q$ です。

論理和とは、 P と Q のどちらか、または両方が真なら真になる $P \vee Q$ です。

真理値表とは、命題の真偽をすべて表にしたものです。

3 方針

まず命題を短い記号 P, Q に置き換えます。そのあと、真と偽の組み合わせを全部表にして、論理式の意味を確定します。

4 直感的な説明

「AかBのどちらかが成り立てばよい」という条件では、AだけでもBだけでも、AとBの両方でもよいはずですが。この「両方も含むのか」を言葉だけでなく表にして確認するのが真理値表です。

5 厳密な説明

5.1 1. 論理積

$P \wedge Q$ は、 P, Q がどちらも真のときだけ真です。

5.2 2. 論理和

$P \vee Q$ は、 P, Q の少なくとも一方が真なら真です。

5.3 3. 真理値表

$P \vee Q$ の真理値表は

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

です。

6 見分け方

- 条件の意味が曖昧なら、まず命題を2つか3つに分けて真理値表を作ります。
- プログラムのif文でバグが出やすいときは、論理積と論理和の使い分けを疑います。
- 「または」を排他的に読んでしまうのが典型的な誤りです。

7 最終形

$P \wedge Q$: 両方が真

$P \vee Q$: 少なくとも一方が真

8 一言でいうと

- 真理値表は、条件文の意味を曖昧さなく確定するための表です。