集合と写像の基本

1 導入

この講義で最重要なのは、**情報工学では「何をひとまとめに見るか」を集合で、「どこへ対応させるか」を写像で表すこと**です。
分類と対応付けが曖昧だと、データ構造や関数やグラフの話がばらばらに見えてしまいます。集合と写像は、それらを共通の言葉で整理する道具です。

2 用語と定義

集合 (Set) とは、対象をひとまとまりとして集めたものです。
要素 (Element) とは、集合を構成する 1 つ 1 つの対象です。
写像 (Map) とは、ある集合の各要素を、別の集合の要素に対応させる規則です。

3 方針

まず対象を集合として切り出します。そのあと、要素どうしの対応を写像として書き、どの情報が保たれているかを見ます。

4 直感的な説明

学生の集まりを 1 つの集合、学籍番号の集まりを別の集合だとします。「各学生に 1 つの番号を対応させる」規則は写像です。この見方をすると、データベースの主キーや配列の添字も同じ構造として見えてきます。

5 厳密な説明

5.1 1. 集合

$$A = \{1, 2, 3\}$$

のように要素を並べて表します。

5.2 2. 写像

$$f : A \to B$$

と書くとき、A が始域、B が終域です。

5.3 3. 情報工学とのつながり

配列は「添字の集合から値の集合への写像」と見なせます。

6 見分け方

- 対象の集まりを定めたいなら、まず集合を作ります。
- 1つ1つの要素がどこへ対応するかを決めるなら、写像として見ます。
- 入力 と 出力 の関係を整理したいときも、写像の言葉が便利です。

7 最終形

$$\boxed{\text{集合} = \text{対象のまとまり}}$$

$$\boxed{\text{写像} = \text{要素の対応付け}}$$

$$\boxed{f : A \to B}$$

8 一言でいうと

- 集合と写像は、情報を分類し、対応付けるための基本言語です。