導関数の定義と差商

1 導入

この講義の核心は、導関数を公式ではなく、平均変化率の極限として理解することである。
2 点を結ぶ直線の傾きは割線の傾きである。その 2 点を近づけると、極限として接線の傾きが現れる。

2 定義

差商は

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

である。ここでは h で割るため、$h \neq 0$ の範囲で考える。その後で $h \to 0$ の極限を取る。

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

が存在するとき、f は a で微分可能であり、$f'(a)$ を a における導関数または微分係数という。

3 具体例

問題として $f(x) = x^2$ の導関数を定義から求める。

$$\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \frac{2xh + h^2}{h} = 2x + h$$

である。この約分では $h \neq 0$ を使用している。したがって

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}(2x+h) = 2x$$

を得る。

この例で確認したことは、微分では先に $h \neq 0$ で変形し、最後に $h \to 0$ とする順序が必要だという点である。

4 どこまで成り立つか

導関数が存在するには、左右からの差商の極限が一致する必要がある。$|x|$ の 0 のように尖った点では、連続でも微分可能ではない。

5 演習リンク

→ 基本演習 **導関数の定義と差商** exercise math calculus
https://study.bem130.com/exercise/math/calculus/導関数の定義と差商-基本演習/

6 関連(かんれん)リンク

→ 講義 **極限と連続** lecture math calculus
https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/極限と連続-講義/

→ 講義 **局所線型近似と微分可能性** lecture math calculus
https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/局所線型近似と微分可能性-講義/