関数・定義域・グラフの見方

1 導入

この講義の核心は、極限や微分を始める前に、「どの入力を許し、どの点へ近づくか」を固定することである。

関数は、入力を出力へ対応させる規則である。ただし、式だけを見ても、許された入力の集合、すなわち定義域を確認しなければ議論は始まらない。

2 直感的な見方

グラフでは、極限は点に到着することではなく、周辺から近づく様子を読むことである。穴がある点でも、周辺の道が同じ高さへ近づけば極限は存在しうる。

端点では、両側から近づけない。右端なら左から、左端なら右からだけ近づく。このため、片側極限が必要になる。

3 厳密な整理

定義域を D とする。a での極限を考えるには、a そのものが D に属するかよりも、a の近くに D の点が存在するかが重要である。

連続性を確認するときだけは、次の 3 条件を分けて確認する。

1. $f(a)$ が定義されている。
2. $\lim_{x\to a} f(x)$ が存在する。
3. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ が成立する。

4 具体例

問題として、$f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$ を考える。$x = 1$ では分母が 0 になるため、1 は定義域から除かれる。

しかし $x \neq 1$ では $f(x) = x + 1$ である。したがって、穴の周辺では直線 $y = x + 1$ と同じ振舞いをする。

この例で確認したことは、関数値、定義域、極限を区別する必要である。

5 演習リンク

→ 基本演習 極限と連続 exercise math calculus
https://study.bem130.com/exercise/math/calculus/極限と連続-基本演習/

6 関連(かんれん)リンク

→ 講義 **極限と連続** lecture math calculus
https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/極限と連続-講義/