

# びぶんほうていしき 微分方程式ポータル

## 1 導入

このポータルの核心は、微分方程式を解法の寄せ集めとしてではなく、型を判別し、仮定を確認し、解析解・数値解・定性的解析を選択する体系として整理することである。

## 2 全体方針

最初に方程式の階数、線型性、同次性、係数が定数か変数か、初期値問題か境界値問題かを確認する。その後、解法を選択する。この順序を固定する理由は、特性方程式や未定係数法のような計算効率の高い方法が、定数係数などの特殊仮定に依存するからである。

## 3 学習前の診断

微分方程式を開始するときは、次の4項目を先に確認する。

確認項目	判断の意味	接続先
解析解を求める問題か	初等関数で閉じた式を要求するか	一階解法、二階定数係数
存在・一意性が問題か	公式の有無とは別に解の保証を確認するか	Lipschitz 条件、初期値問題
近似値が必要か	数値誤差と安定性を管理するか	Euler 法、Runge-Kutta 法
長時間挙動が主題か	平衡点、安定性、相平面を優先するか	線型化、相平面

この診断により、解法暗記ではなく、問題の要求に対応した方針選択が可能になる。

## 4 読解経路

### 4.1 A. 入口と理論

→ [講義](#) 微分方程式の入口 [lecture](#) [math](#) [calculus](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/微分方程式の入口-講義/>

未知関数、初期条件、解の意味を整理する入口である。難易度：入門。理論：低い。計算：低い。

→ [講義](#) 初期値問題と境界値問題 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/初期値問題と境界値問題-講義/>

条件の配置で問題の性質が変化することを確認する。難易度：入門。理論：中。計算：低い。

→ [講義](#) 初期値問題の存在・一意性と Lipschitz 条件の入口 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/初期値問題の存在・一意性と Lipschitz 条件の入口-講義/>

存在と一意性を分離し、連続性と Lipschitz 条件の役割を確認する。難易度：標準。理論：高い。計算：低い。

→ 講義 Lipschitz 条件とは何か：連続との違い [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Lipschitz 条件とは何か：連続との違い-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Lipschitz%20条件とは何か%3A連続との違い-講義/)

れんぞく れんぞく きい いちいせい かんてん かくにん なんいど ひょうじゆん りろん たか けいさん ちゆう  
連続と Lipschitz 連続の差異を一意性の観点から確認する。難易度：標準。理論：高い。計算：中。

→ 講義 方向場・Euler 法・誤差と安定性の入口 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/方向場・Euler 法・誤差と安定性の入口-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/方向場・Euler%20法・誤差と安定性の入口-講義/)

ほうこうば ほう ごさ すうちあんていせい いりぐち せり なんいど ひょうじゆん りろん ちゆう けいさん ちゆう  
方向場、Euler 法、誤差、数値安定性を入口として整理する。難易度：標準。理論：中。計算：中。

→ 講義 Euler 法の次に何が来るか：Runge-Kutta と陰的方法の入口 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Euler 法の次に何が来るか：Runge-Kutta と陰的方法の入口-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Euler%20法の次に何が来るか%3ARunge-Kutta%20と陰的方法の入口-講義/)

ほう つぎ ひつよう こうじせいど いんてきほうほう がいかん なんいど ひょうじゆん りろん ちゆう けいさん ちゆう  
Euler 法の次に必要となる高次精度と陰的方法を概観する。難易度：標準。理論：中。計算：中。

→ 講義 解けない微分方程式をどう扱うか：解析解・数値解・定性的解析の役割分担 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/解けない微分方程式をどう扱うか：解析解・数値解・定性的解析の役割分担-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/解けない微分方程式をどう扱うか%3A解析解・数値解・定性的解析の役割分担-講義/)

しょうとうかんすう ひょうげん ばあい やくわりぶんたん せり なんいど にゅうもん りろん ちゆう けいさん ひく  
初等関数で表現できない場合の役割分担を整理する。難易度：入門。理論：中。計算：低い。

## 4.2 B. 一階方程式 いっかいほうていしき

→ 講義 一階微分方程式の分類と最初の判定 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/一階微分方程式の分類と最初の判定-講義/>

びせきぶんがわ いりぐち いっかいほうていしき かたほんてい せり なんいど にゅうもん りろん ひく けいさん ちゆう  
微積分側の入口として、一階方程式の型判定を整理する。難易度：入門。理論：低い。計算：中。

→ 講義 一階微分方程式の解法診断 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/一階微分方程式の解法診断-講義/>

へんすうぶんりけい せんけい かんぜん がた ちかんがた しんだんき なんいど ひょうじゆん りろん ちゆう けいさん ちゆう  
変数分離形・線型・完全・Bernoulli 型・置換型の診断木である。難易度：標準。理論：中。計算：中。

→ 講義 変数分離形と自律系 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/変数分離形と自律系-講義/>

うへん がわ がわ ぶんり ばあい へいこうてん きき ほんてい ばあい いりぐち  
右辺が  $x$  側と  $y$  側に分離できる場合、または  $y' = F(y)$  として平衡点を先に判定する場合の入口である。  
ぜんてい せきぶんほう せつもん ちやくせつ ぶんり いそうせん きょうどう ほんてい  
前提：積分法。設問：直接分離できるか、位相線で挙動を判定できるか。

→ 講義 一階線型と積分因子 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/一階線型と積分因子-講義/>

きへん せき びぶん へんかん せきぶんいんし こうぎ ぜんてい せきぶんほう せつもん ようきゆう  
左辺を積の微分へ変換する積分因子の講義である。前提：積分法。設問：なぜ  $\mu' = P\mu$  を要求するか。

→ 講義 同次形と置換 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/同次形と置換-講義/>

ひ しやく ばあい あつか ぜんてい びぶんほう ちかん せつもん なに  
 $y' = F(y/x)$  のように比  $y/x$  が主役になる場合を扱う。前提：微分法と置換。設問： $v = y/x$  により何が  
ぶんり  
分離されるか。

→ 講義 完全微分方程式 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/完全微分方程式-講義/>

にんしき かんすう ふくげん ほうほう ぜんてい へんびぶん せつもん かんぜんせい  
 $Mdx + Ndy = d\Phi$  と認識し、ポテンシャル関数を復元する方法である。前提：偏微分。設問：完全性と  
potential function  
りょういきじょうけん どうじ かくにん  
領域条件を同時に確認できるか。

→ [講義 Bernoulli 方程式](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Bernoulli 方程式-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Bernoulli%20方程式-講義/)

非線型項  $y^n$  を  $u = y^{1-n}$  で吸収し、一階線型へ還元する方法である。前提：一階線型。設問： $n = 0, 1$  の退化を除外できるか。

→ [講義 Logistic 方程式](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Logistic 方程式-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Logistic%20方程式-講義/)

増殖と資源制約を同時に表現するモデルである。前提：分離形と自律系。設問：平衡解の安定性を式の符号から判定できるか。

### 4.3 C. 二階線型

→ [講義 一般の二階線型微分方程式の見取り図](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/一般の二階線型微分方程式の見取り図-講義/>

二階線型の一般論と定数係数の特殊性を分離する概観ページである。

→ [講義 二階線型定数係数微分方程式の基本](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/二階線型定数係数微分方程式の基本-講義/>

特性方程式が定数係数で自然になる理由を説明する。

→ [講義 二階線型微分方程式の拡張](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/二階線型微分方程式の拡張-講義/>

定数係数での重根、複素根、非同次の処理を整理する。前提：定数係数の基本。設問：解空間の次元を保つために何を追加するか。

→ [講義 複素根と強制振動](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/複素根と強制振動-講義/>

複素根を実数解へ変換し、外力・共振へ接続する。前提：複素数、三角関数。設問：振動の減衰と振幅を根から判定できるか。

→ [講義 非同次方程式と未定係数法](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/非同次方程式と未定係数法-講義/>

右辺の関数族が微分で有限次元に閉じる場合の特解構成である。前提：定数係数。設問：共鳴したときに  $x$  を掛ける理由を説明できるか。

→ [講義 定数変化法と Wronskian](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/定数変化法と Wronskian-講義/>

右辺の形へ強く依存しない一般的な特解構成である。前提：独立解と Wronskian。設問：補助条件で自由度を整理する理由を確認できるか。

→ [講義 Euler-Cauchy 型と高階方程式](#) [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)  
[https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Euler-Cauchy 型と高階方程式-講義/](https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/Euler-Cauchy%20型と高階方程式-講義/)

対数変数で定数係数に近い構造へ変換する方程式である。前提：連鎖律。設問：なぜ  $x^r$  を試行解に採用するか。

## 4.4 D. 連立系と安定性

→ [講義](#) 一階連立系と行列指数関数 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/一階連立系と行列指数関数-講義/>

状態をベクトルとして管理し、 $e^{At}$  で時間発展を表現する入口である。前提：行列と固有値。設問：高階方程式を一階連立系へ還元できるか。

→ [講義](#) 対角化・Jordan 形と連立系 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/対角化・Jordan 形と連立系-講義/>

固有基底または Jordan 鎖により、連立系を解釈する講義である。前提：対角化。設問：対角化不能な場合に  $te^{\lambda t}$  が出現する理由を確認できるか。

→ [講義](#) 線型化と固有値判定の入口 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/線型化と固有値判定の入口-講義/>

非線型系を平衡点近傍で一次近似し、Jacobian の固有値で局所安定性を判定する。前提：多変数微分。設問：双曲型かどうかを確認できるか。

→ [講義](#) 相平面と安定性 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/相平面と安定性-講義/>

二次元連立系の軌道を平衡点・固有値・位相図で分類する。前提：線型化。設問：結節点、鞍点、焦点、中心を判別できるか。

## 4.5 E. 変換法と応用

→ [講義](#) ステップ関数・デルタ関数・畳み込み [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/ステップ関数・デルタ関数・畳み込み-講義/>

不連続入力や 衝撃入力を線型応答として処理する準備である。前提：ラプラス変換。設問：入力を応答の重合として表現できるか。

→ [講義](#) べき級数解法と Frobenius 法 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/べき級数解法と Frobenius 法-講義/>

変数係数で初等解が困難な場合に、係数比較で局所解を構成する。前提：級数。設問：通常点と正則特異点を区別できるか。

→ [講義](#) ラプラス変換・級数・モデル化への接続 [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/ラプラス変換・級数・モデル化への接続-講義/>

初期値を保持したまま微分を代数化する変換法と、級数・モデル化への出口を整理する。前提：二階線型。設問：不連続入力を扱う理由を説明できるか。

→ [講義](#) 物理モデルと PDE への橋渡し [lecture](#) [math](#) [differential-equations](#)

<https://study.bem130.com/lecture/math/differential-equations/物理モデルと PDE への橋渡し-講義/>

現象の仮定を ODE へ翻訳し、空間分布が本質になる時点で PDE へ移行する出口である。前提：保存則と単位。設問：状態変数を適切に設定できるか。

### 5 3 種類の経路

- 最短経路: 入口、初期値問題、解法診断、一階線型、二階定数係数を順に参照する。
- 理論重視経路: 存在一意性、Lipschitz 条件、一般二階線型、線型化を優先する。
- 応用先行経路: Logistic 方程式、振動、連立系、ラプラス変換、PDE への橋渡しを参照する。

### 6 どこまで扱うか

このポータルは、常微分方程式の学部前半レベルの入口として、初期値問題、一階方程式、二階線型方程式、連立系、安定性、変換法を主対象にする。偏微分方程式、関数解析、測度論、弱解、力学系の詳細は別の発展領域である。

また、この順序は唯一の学習経路ではない。目的が数値計算なら Euler 法や Runge-Kutta 法を早期に参照してよい。制御や物理が目的なら、連立系、行列指数関数、状態方程式を先に確認する経路も成立する。重要なのは、各経路で仮定と適用範囲を明示し、特殊解法を一般論と混同しないことである。

### 7 監修チェック

公開前には、定理の仮定、十分条件と必要条件の区別、表題と本文の適用範囲、記号の整合性、例題と反例の有無を確認する。AI 生成を含む講義であるため、理論監査と教育監査を分離することが望ましい。

### 8 演習への接続

講義では方程式の型、仮定、解法選択を説明する。計算と判定の訓練は問題演習へ分離し、講義本文には演習問題を置かない。

→ [基本演習 一階微分方程式の分類と解法](#) [exercise](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/exercise/math/differential-equations/一階微分方程式の分類と解法-基本演習/>

→ [基本演習 存在一意性と数値解法](#) [exercise](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/exercise/math/differential-equations/存在一意性と数値解法-基本演習/>

→ [基本演習 二階線型微分方程式](#) [exercise](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/exercise/math/differential-equations/二階線型微分方程式-基本演習/>

→ [基本演習 連立系と安定性](#) [exercise](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/exercise/math/differential-equations/連立系と安定性-基本演習/>

えんしゅう

## 9 演習リンク

→ 基本演習 微分方程式の入口と直接積分 [exercise](#) [math](#) [differential-equations](#)  
<https://study.bem130.com/exercise/math/differential-equations/微分方程式の入口と直接積分-基本演習/>

かんれん

## 10 関連リンク

→ 講義 微分方程式の入口 [lecture](#) [math](#) [calculus](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/calculus/微分方程式の入口-講義/>

→ 講義 ラプラス変換の入口 [lecture](#) [math](#) [analysis](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/analysis/ラプラス変換の入口-講義/>

→ 講義 固有値と固有ベクトル [lecture](#) [math](#) [linear-algebra](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/linear-algebra/固有値と固有ベクトル-講義/>