

# 図形の領域の基本

## 1 導入

この講義で最重要なのは、不等式を式の処理としてだけでなく、「平面のどちら側か」を表す条件として見ることです。

領域の問題で混乱しやすいのは、不等式が2本以上出ると、それぞれを別々に処理して全体像を見失うことです。この講義では、1本ずつ図へ落として共通部分を取る手順を固定します。

## 2 用語と定義

領域とは、ある条件を満たす点の集合です。

半平面とは、1本の直線で平面を分けたときのどちらか片側です。

## 3 方針

まず等号付きの境界線を描きます。そのあと、代表点を1つ代入して、どちら側が条件を満たすかを判定します。これを各条件で行い、最後に共通部分を取ります。

## 4 直感的な説明

たとえば  $x + y \leq 2$  は、直線  $x + y = 2$  の片側を表しています。だから、領域の問題は「境界線を描いて、どちら側かを選ぶ問題」だと見ると整理しやすくなります。

## 5 厳密な説明

### 5.1 1. 直線による領域

$$ax + by + c \geq 0$$

の境界は

$$ax + by + c = 0$$

です。この直線を描いたあと、たとえば原点  $(0, 0)$  を代入して条件を満たすかどうかを調べれば、どちら側を塗るかが決まります。

### 5.2 2. 円による領域

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2$$

は、中心  $(a, b)$ 、半径  $r$  の円の内部と周りを表します。<なら内部だけ、=なら円周だけです。

### 5.3 3. 共通部分

条件が2本あるときは、その2つを同時に満たす部分だけが答えです。したがって、最後は塗った領域の重なりを見ます。

## 6 見分け方

- 不等式が座標平面で与えられたら、まず境界を等号で描きます。
- どちら側か迷ったら、原点など簡単な点を代入します。
- 条件が複数あるなら、最後に共通部分を見ることを忘れません。

## 7 最終形

領域 = 各不等式の表す部分の共通部分

## 8 一言でいうと

- 領域の問題では、不等式を1本ずつ図に直して、その重なりを見るのが基本です。