

多変数関数と偏微分

1 導入

このページの核心は、偏微分を「ほかの変数を固定する計算」だけでなく、指定した座標方向の変化率として理解することである。

2 用語と定義

多変数関数は、 $f(x_1, \dots, x_n)$ のように複数の入力を持つ関数である。
偏微分は、ある変数だけを変化させ、ほかの変数を固定して測る変化率である。

3 方針

多変数関数では、一点の近傍でどの方向へ動くかを指定しないと変化率が一意に決まらない。偏微分は、そのうち座標軸方向の変化率を抽出する基本操作である。

4 具体例

$f(x, y) = x^2y + \sin y$ とする。このとき

$$f_x(x, y) = 2xy, \quad f_y(x, y) = x^2 + \cos y$$

である。 f_x は y を固定して x 方向だけの变化を測定し、 f_y は x を固定して y 方向だけの变化を測定する。

5 よくある誤り

- 偏微分を全方向の変化を代表する量と解釈する。
- 偏微分できることから連続性や全微分可能性を即断する。
- 変数の固定を機械的に実行し、どの方向を調査しているかを確認しない。

6 どこまで成り立つか

偏微分の存在だけでは、関数が滑らかであるとは限らない。局所的に線形近似できるかを確認するには、全微分や Jacobian が必要になる。

7 関連リンク

→ [講義](#) [接平面・連鎖律・Jacobian](#) [lecture](#) [math](#) [multivariable-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/multivariable-calculus/接平面・連鎖律・Jacobian-講義/>