

方向微分と Gradient

1 導入

このページの核心は、偏微分を座標軸方向の変化率として位置づけ、その一般化として任意方向の方向微分を導入することである。

2 用語と定義

方向微分は、単位ベクトル u の方向へ動いたときの变化率である。

Gradient は、方向微分を内積で表現するベクトルであり、 ∇f と書く。

3 方針

f が十分に滑らかなら、

$$D_u f = \nabla f \cdot u$$

である。Cauchy-Schwarz 不等式により、方向微分が最大になる方向は ∇f の方向である。

4 具体例

$f(x, y) = x^2 + y^2$ では $\nabla f = (2x, 2y)$ である。(1, 2) では $\nabla f = (2, 4)$ となり、この方向が最急増加方向である。

5 関連リンク

→ [講義](#) [勾配・発散・回転](#) [lecture](#) [math](#) [vector-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/vector-calculus/勾配・発散・回転-講義/>