

曲線・曲面のパラメータ表示

1 導入

このページの核心は、曲線や曲面を方程式だけでなく、動く点の軌跡として表示することである。

2 用語と定義

パラメータ表示は、曲線を $r(t)$ 、曲面を $r(u, v)$ のように媒介変数で表現する方法である。
接ベクトルは、曲線の進行方向を表す微分 $r'(t)$ である。

3 方針

線積分では曲線に沿った移動を追跡するため、 $r(t)$ と $r'(t)$ が必要である。面積分では曲面の接方向 r_u, r_v と法線方向が必要である。

4 具体例

半径 1 の円は

$$r(t) = (\cos t, \sin t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

と表示できる。このとき $r'(t) = (-\sin t, \cos t)$ であり、接線方向を与える。

5 曲面の場合

曲面 $r(u, v)$ では、 r_u と r_v が接平面を張る。面積要素は $|r_u \times r_v| du dv$ で与えられる。

6 どこまで成り立つか

パラメータ表示は一意ではない。同じ図形であっても向きや速度の設定により積分の符号や計算量が変わる。

7 関連リンク

→ [講義 線積分と保存場](#) [lecture](#) [math](#) [vector-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/vector-calculus/線積分と保存場-講義/>

→ [講義 面積分と流束](#) [lecture](#) [math](#) [vector-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/vector-calculus/面積分と流束-講義/>