

場合の数と順列・組合せ

1 導入

この講義で最重要なのは、並べる問題なのか、選ぶ問題なのかを最初に見分けることです。場合の数でつまづきやすいのは、式を覚えても「どの場面ですれを使うか」が曖昧なまま計算を始めることです。この講義では、順序が重要かどうかで整理します。

2 用語と定義

順列とは、順序を区別して並べる方法の数です。
Permutation
 組合せとは、順序を区別せずに選ぶ方法の数です。
Combination

3 方針

まず「同じ要素を並べ替えたなら別物か」を問います。別物なら順列、同じなら組合せです。そのあと、重複の有無や場合分けを考えます。

4 直感的な説明

座席を決める問題では、Aさんが1番目か2番目かで結果は違います。これは順列です。いっぽう、委員を3人選ぶ問題では、A,B,Cの選ばれ方に順番はありません。これは組合せです。

5 厳密な説明

5.1 1. 順列

n 個から r 個を順番つきで選ぶ数は

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

です。

5.2 2. 組合せ

n 個から r 個を順番なしで選ぶ数は

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

です。

5.3 3. 関係

順列は、組合せで選んだあとに、その r 個を並べると考えると

$${}_n P_r = {}_n C_r \cdot r!$$

となります。

6 見分け方

- 席順、順位、暗証番号なら順列です。
- 委員の選出、代表の選択なら組合せです。
- 確率の問題で分母が数えにくいときは、まず場合の数の問題に戻します。

7 最終形

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$${}_n P_r = {}_n C_r \cdot r!$$

8 一言でいうと

- 順番が重要なら順列、重要でなければ組合せです。

9 関連リンク

→ [講義 確率と期待値](#) [lecture](#) [math](#) [probability](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/probability/確率と期待値-講義/>