

スカラー場とベクトル場

1 導入

このページの核心は、空間の各点に何を対応させるかにより、スカラー場とベクトル場を区別することである。

2 用語と定義

スカラー場は、各点に数値を対応させる関数である。温度や圧力が典型例である。

ベクトル場は、各点にベクトルを対応させる関数である。速度場や力場が典型例である。

3 方針

スカラー場では「どの方向に最も増加するか」を確認する。ベクトル場では「どれだけ流入流出するか」「どれだけ回転するか」を確認する。この区別が勾配・発散・回転の入口になる。

4 具体例

$T(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ はスカラー場であり、各点に1つの数値を対応させる。

$F(x, y) = (-y, x)$ はベクトル場であり、各点に接線方向のベクトルを対応させる。この場は原点の周囲を回る性質を持つ。

5 場の例

温度場はスカラー場であり、各点の温度を返す。高度場もスカラー場であり、地形の高さを返す。速度場はベクトル場であり、流体の各点での速度を返す。電場もベクトル場であり、単位電荷に働く力を返す。

場	値	単位の例	次の演算
温度場 $T(x, y, z)$	スカラー	K	gradient
圧力場 $p(x, y, z)$	スカラー	Pa	gradient
速度場 $v(x, y, z)$	ベクトル	m/s	divergence, curl
電場 $E(x, y, z)$	ベクトル	N/C	flux, circulation

単位を付けると、演算の意味も明確になる。たとえば温度勾配 ∇T の単位は K/m であり、一メートルあたりの温度変化を表す。

6 等位面と流線

スカラー場 T に対して $T(x, y, z) = c$ を満たす点の集合を等位面という。等位面は同じ値を持つ場所を示す。ベクトル場では、各点でベクトル場に接する曲線を流線という。流線は速度場に沿う粒子の移動方向を示す。

二次元のスカラー場 $T(x, y) = x^2 + y^2$ では、等位線 $T = c$ は半径 \sqrt{c} の円である。三次元では等位面が球面になる。一方、ベクトル場 $F(x, y) = (-y, x)$ の流線は原点を中心とする円である。等位線は値の集合を表し、流線は移動方向を表すため、役割は異なる。

7 比較例

$F(x, y) = (1, 0)$ は全点で右向き的一定速度場である。流線は水平線になる。 $G(x, y) = (x, y)$ は原点から外向きに広がる場であり、流線は原点から出る半直線になる。同じベクトル場でも、長さが一定か場所依存かにより後続の divergence の値が変化する。

8 次への接続

スカラー場には勾配を適用し、ベクトル場には発散や回転を適用する。この区別を固定してから、局所演算子へ進行する。

→ [講義 勾配・発散・回転](#) [lecture](#) [math](#) [vector-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/vector-calculus/勾配・発散・回転-講義/>

9 よくある誤り

- スカラー場とベクトル場を値の型で区別しない。
- 座標表示を場そのものと同一視する。
- 図示された矢印の長さだけを確認し、方向の変化を無視する。

10 関連リンク

→ [講義 勾配・発散・回転](#) [lecture](#) [math](#) [vector-calculus](#)
<https://study.bem130.com/lecture/math/vector-calculus/勾配・発散・回転-講義/>