

# コンデンサー

## 1 導入

この講義で最重要なのは、コンデンサーの公式を暗記せず、板間の電場と電位差から  $Q = CV$  と  $C = \epsilon \frac{S}{d}$  を導くことです。

コンデンサーを「電荷をためる装置」とだけ覚えると、容量の式が突然現れたように見えます。しかし実際には、電場が電位差を作り、その電位差と電荷の関係をj読んでいただけです。

## 2 用語と定義

電気容量とは、電位差 1 V あたりにどれだけの電荷を蓄えられるかを表す量です。

Capacitance

$$Q = CV$$

## 3 方針

平行板コンデンサーを考え、まず十分広い 1 枚の板が作る電場をガウスの法則から出します。そのあと 2 枚の板を重ねて板間の電場を求め、 $V = Ed$  を使って容量の式を導きます。

→ [講義 電場と電位](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電場と電位-講義/>

→ [講義 ガウスの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ガウスの法則の基本-講義/>

## 4 直感的な説明

コンデンサーは、向かい合う 2 枚の板の間に電場を作る装置です。同じ電位差でも、広い面積に電場を作れば、より多くの電荷を分けて置けます。距離が短いほど、小さい電位差で強い電場を作れます。

## 5 厳密な説明

### 5.1 1.1 枚の板が作る電場

ここからはガウスの法則と電位差の式をそのまま使うので、電場と電位の関係がまだ曖昧なら先にこちらを見ると流れが追いやすくなります。

→ [講義 電場と電位](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電場と電位-講義/>

→ 講義 ガウスの法則の基本 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ガウスの法則の基本-講義/>

めんせき めんせき じゆうぶんひろ いた でんか いちよう ぶんぷ めんみつど  
 面積  $S$  の十分広い板に電荷  $Q$  が一様に分布しているとします。面密度を

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

とおきます。

この板を貫くような円柱形のガウス面を取ると、電場は板に垂直で、左右に同じ大きさです。したがって  
ほうそく  
 ガウスの法則

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon}$$

より、

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon}$$

です。よって

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

を得ます。

## 5.2 2. 平行板の間の電場

せい せい たいでん いた ふ たいでん いた む あ ぼんかん でんば おな む かき そとがわ  
 正に帯電した板と負に帯電した板を向かい合わせると、板間では2つの電場が同じ向きに重なり、外側では打ち消し合います。したがって板間の電場は

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

です。

## 5.3 3. 電位差から容量を導く

ぼんかん ぼんかん きより いちようでんば  
 板間の距離を  $d$  とすると、一様電場なので

$$V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon}$$

です。ここで  $\sigma = \frac{Q}{S}$  を代入すると

$$V = \frac{Qd}{\epsilon S}$$

だから、

$$Q = \frac{\epsilon S}{d} V$$

です。これを電気容量の定義  $Q = CV$  と比べれば、

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

を得ます。

ここで定義  $Q = CV$  は、「コンデンサーでは電荷と電位差が比例する」という事実を式にしたものです。したがって平行板の場合には、いま導いた

$$Q = \frac{\epsilon S}{d} V$$

と見比べることで、その比例定数が電気容量

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

だと分かります。つまり容量とは、ただ「たくさんためられる」という曖昧な量ではなく、「電位差 1V あたりにどれだけの電荷を分けて置けるか」を表す定数です。

#### 5.4 4. 蓄えられるエネルギー

電荷を 0 から  $Q$  まで少しずつ運ぶとき、その途中での電位差は  $V = \frac{q}{C}$  です。したがって必要な仕事は

$$U = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

です。さらに  $Q = CV$  を使えば

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

です。

ここで  $\frac{1}{2}$  がつく理由は、最初から最後まで同じ電位差に逆らって運ぶわけではないからです。電荷がまだ少ない段階では電位差も小さく、後半になるほど大きくなります。つまり必要な電位差は 0 から  $V$  まで線形に増えるので、その平均値  $V/2$  を使った

$$U = \frac{1}{2} QV$$

と見てもよいわけです。

### 6 見分け方

- 平行板コンデンサーの公式を忘れたら、まずガウスの法則で  $E$  を出し、つぎに  $V = Ed$  へ進みます。
- 電池につながっているなら  $V$  一定、外れているなら  $Q$  一定をまず確認します。
- エネルギーを問うなら、 $U = \int V dq$  から考えると式の意味が見えやすくなります。

### 7 どこまで成り立つか

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

は、十分広い平行板で端効果を無視でき、さらに板間がほぼ一様電場だとみなせる近似の下で成り立つ式です。またここでの  $\epsilon$  は、その空間や物質に応じた誘電率です。板の形が複雑だったり、端の効果を無視できなかつたりするなら、別に電場を求める必要があります。

## 8 最終形

$$Q = CV$$

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \text{ (平行板)}$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

## 9 一言でいうと

- コンデンサーの公式は、板間の電場と電位差を順に追えば自然に出ます。

## 10 関連リンク

→ [講義](#) [電場と電位](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電場と電位-講義/>

→ [講義](#) [ガウスの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ガウスの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) [電流と回路](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電流と回路-講義/>