

ビオ・サバールの法則の基本

1 導入

この講義で最重要なのは、ビオ・サバールの法則を「小さい電流要素が作る磁場を足し合わせる」見方として理解し、対称性が弱い場合の起点にすることです。

アンペールの法則は対称性が強いときに強力ですが、電流の形が曲がっていたり有限だったりすると、そのままでは B を取り出しにくいことがあります。そこでビオ・サバールの法則が出発点になります。

2 用語と定義

ビオ・サバールの法則は、
Biot-Savart law

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

です。

3 方針

まず外積がなぜ向きと大きさを同時に表せるかを見ます。そのあと長い直線電流で積分して、アンペールの法則で得た結果と一致することを確認します。

→ [講義](#) アンペールの法則の基本 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/アンペールの法則の基本-講義/>

4 直感的な説明

電流が流れる導線を、小さい電流要素の集まりと考えます。それぞれが少しずつ磁場を作るので、その寄与を全部足し合わせれば全体の磁場が出ます。

5 厳密な説明

5.1 1. なぜ外積が出るのか

$d\vec{l} \times \hat{r}$
は、電流要素 $d\vec{l}$ と観測点への方向 \hat{r} の両方に垂直な向きを与えます。これは右ねじの法則に一致し、磁場が電流のまわりを巻く向きになることを表しています。

また大きさは

$$|d\vec{l} \times \hat{r}| = dl \sin \theta$$

なので、観測点へ向かう方向に平行な成分は効かず、垂直な成分だけが磁場を作ることが分かります。

5.2 2. 長い直線電流への適用

長い直線電流から距離 a の点を考えます。ここで導線に沿う座標を x とすると

$$r = \sqrt{a^2 + x^2}, \quad \sin \theta = \frac{a}{r}$$

だから

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I a dx}{4\pi (a^2 + x^2)^{3/2}}$$

です。これを $x = -\infty$ から ∞ まで積分すると

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

を得ます。これはアンペールの法則で得た結果と一致します。

6 見分け方

- 電流の形が具体的で、対称性が弱いならビオ・サバールの法則を起点にします。
- 円形電流、有限直線導線、円弧などでは、まず電流要素に分ける見方が有効です。
- 対称性が十分に強いなら、アンペールの法則のほうが計算は短くなります。

7 どこまで成り立つか

ここでは定常電流を前提にしています。また積分で磁場を求めるには、向きと大きさの両方を丁寧に追う必要があります。

8 別の見方

8.1 形から磁場を積み上げる見方

電流の形が具体的で、アンペールの法則では対称性が足りないときの起点です。

8.2 全体像の中で見る見方

ビオ・サバールの法則は、マクスウェル方程式の4本のうちの独立な1本ではありません。静磁場

- 定常電流という前提のもとで、マクスウェル方程式と整合的に得られる具体的な場の表現と見るのが自然です。

→ [講義](#) マクスウェル方程式の入口 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/マクスウェル方程式の入口-講義/>

9 最終形

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

10 一言でいうと

- ビオ・サバールの法則は、電流要素の寄与を足し合わせて磁場を求める法則で、対称性が弱い場合の起点になります。

11 関連リンク

→ [講義](#) アンペールの法則の基本 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/アンペールの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) 荷電粒子の運動 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/荷電粒子の運動-講義/>

→ [講義](#) マクスウェル方程式の入口 [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/マクスウェル方程式の入口-講義/>