

# マクスウェル方程式の入口

## 1 導入

この講義で最も重要なのは、ガウスの法則やファラデーの法則などを、ばらばらの個別法則としてではなく、電場と磁場を記述する 1 つの全体像の中で見ることです。対称性ごとに法則を使い分ける見方は、問題を解くときに有効です。いっぽう、それらがどのように 1 つの理論へまとまるかを見ると、関係が整理しやすくなります。

## 2 用語と定義

マクスウェル方程式の積分形は、ここでは真空中で

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

です。

## 3 方針

まず、4 つの式が何を言っているかを一つずつ短く確認します。そのあと、ガウスの法則、アンペールの法則、ビオ・サバルの法則、ファラデーの法則が、この全体像のどこに位置するかを整理します。

→ [講義](#) [ガウスの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ガウスの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) [アンペールの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/アンペールの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) [ビオ・サバルの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ビオ・サバルの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) [ファラデーの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ファラデーの法則の基本-講義/>

→ [講義](#) [ベクトル解析の入口](#) [lecture](#) [math](#) [analysis](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/math/analysis/ベクトル解析の入口-講義/>

ちよつかんてき せつめい

## 4 直感的な説明

マクスウェル方程式は、電場と磁場についての「湧き出し」と「巡り」を書いた式です。

- 電場は電荷から湧き出す
  - 磁場には単独の源がない
  - 時間変化する磁場は電場を作る
  - 電流と時間変化する電場は磁場を作る
- という4つの主張が並んでいます。

げんみつ せつめい

## 5 厳密な説明

しき やくわり

### 5.1 1.4つの式の役割

- 1本目は、電場の流束が電荷で決まることを言っています。これはガウスの法則そのものです。
  - 2本目は、磁束の総量が閉曲面を通っても0になることを表しています。これは磁荷がない、つまり磁場の線は途中で始まったり終わったりせず、閉じるか無限遠へ伸びる、という意味です。
  - 3本目はファラデーの法則で、時間変化する磁場が渦をもつ電場を作ることを言います。
  - 4本目はアンペール・マクスウェルの法則で、電流だけでなく時間変化する電場も磁場の巡りを作ること
- を表します。

### 5.2 2.個別の法則との関係

- ガウスの法則は、そのまま1本目です。
- ファラデーの法則は、そのまま3本目です。
- よく使うアンペールの法則

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

は、4本目で時間変化する電場の項

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

を無視できる定常電流の場合に対応します。

- ビオ・サバルの法則は、定常電流が作る磁場を具体的に積分して求める方法で、アンペール・マクスウェルの法則と矛盾する別法則ではありません。むしろ静磁場の範囲での具体的な解の書き方と見るのが自然です。

### 5.3 3. なぜこの見方が有効か

問題を解くときには「どの公式を使うか」が気になります。しかし、「流束を見るのか」「巡りを見るのか」「時間変化があるのか」を先に見分けると、どの式が起点になるかが整理しやすくなります。

## 6 別の見方

### 6.1 個別の法則として使う見方

- 球対称 や平面对称ならガウス
  - 長い直線電流 やソレノイドならアンペール
  - 導線の形が具体的ならビオ・サバル
  - 磁束が変わるならファラデー
- という使い分けが有効です。

### 6.2 場の方程式として束ねる見方

電場と磁場の流束・循環を方程式としてまとめ、その特殊場合として個別の公式を読み直す見方です。

## 7 見分け方

- 問題を解く段階では、まず対称性と時間変化の有無で起点を選びます。
- 全体像を整理したい段階では、マクスウェル方程式の4本へ戻ります。

## 8 どこまで成り立つか

ここでは真空中の積分形を使って全体像を示しました。物質中では分極や磁化をどう扱うかで式の書き方が変わります。また微分形を理解するには、発散や回転の概念が必要です。

## 9 最終形

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

## 10 ひとこと 一言でいうと

- マクスウェル方程式は、個別に学ぶ法則を1つの電磁気理論として束ねる全体像です。

## 11 かんれん 関連リンク

→ 講義 [ガウスの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ガウスの法則の基本-講義/>

→ 講義 [アンペールの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/アンペールの法則の基本-講義/>

→ 講義 [ビオ・サバールの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ビオ・サバールの法則の基本-講義/>

→ 講義 [ファラデーの法則の基本](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)  
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/ファラデーの法則の基本-講義/>