

交流回路の基本

1 導入

この講義で最重要なのは、直流の抵抗回路と違って、交流では位相のずれまで見る必要があることです。

2 用語と定義

実効値は、交流を同じ発熱効果をもつ直流へ置き換えた値です。

容量リアクタンスは

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

です。

誘導リアクタンスは

$$X_L = \omega L$$

です。

3 方針

交流回路では、直流のように「大きさだけ」を見ても足りません。時間によって電圧と電流が揺れるので、「どちらがどれだけ先に変化するか」まで見る必要があります。

したがって、まず発熱効果から実効値を導き、そのあとコイルでは $v = L \frac{di}{dt}$ 、コンデンサーでは $q = Cv$ と $i = \frac{dq}{dt}$ からリアクタンスを出します。

→ [講義](#) [電流と回路](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電流と回路-講義/>

→ [講義](#) [コンデンサー](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/コンデンサー-講義/>

4 直感的な説明

抵抗はその場で電流を流し、コイルは電流の変化を嫌い、コンデンサーは電圧の変化を嫌います。だから交流では同じ振動でも位相がずれます。

5 厳密な説明

5.1 1. 実効値

$$V = V_0 \sin \omega t$$

交流を抵抗 R にかけて、

$$p = \frac{V^2}{R} = \frac{V_0^2}{R} \sin^2 \omega t$$

です。交流では発熱の平均を見たいので、1周期で平均をとると

$$\bar{p} = \frac{V_0^2}{R} \overline{\sin^2 \omega t}$$

となります。ここで $\overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}$ だから

$$\bar{p} = \frac{V_0^2}{2R}$$

です。

いま、同じ抵抗に 直流 V_{eff} をかけたときの電力は

$$\bar{p} = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

です。これが交流と同じ発熱効果をもつように定義した電圧なので、

$$\frac{V_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{V_0^2}{2R}$$

より

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

を得ます。同様に

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

です。

ここで大事なのは、実効値は最大値そのものではなく、「同じ発熱効果をもつ 直流」として定義されることです。だから交流を 直流 と比較するとき、自然に現れる量が実効値です。

5.2 2. リアクタンス

コイルでは

$$v = L \frac{di}{dt}$$

です。いま

$$i = I_0 \sin \omega t$$

とすると

$$\frac{di}{dt} = \omega I_0 \cos \omega t = \omega I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

なので

$$v = \omega L I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

です。したがって電圧の振幅は $V_0 = \omega L I_0$ であり、直流の $V = RI$ に対応する比として

$$X_L = \omega L$$

を定義できます。

ここで大事なのは、コイルは電流そのものではなく「電流の変化」に反応するということです。だから変化が速い、つまり ω が大きいほど大きな電圧が必要になり、 X_L が大きくなります。

コンデンサーでは

$$q = Cv, \quad i = \frac{dq}{dt}$$

です。いま

$$v = V_0 \sin \omega t$$

なら

$$q = CV_0 \sin \omega t$$

だから

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega CV_0 \cos \omega t = \omega CV_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

です。よって電流の振幅は $I_0 = \omega CV_0$ であり、

$$\frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$$

なので

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

です。

こちらでは、コンデンサーは電圧が変わると電荷を出れ替えることで電流が流れます。したがって変化が速いほど流れやすくなり、 X_C は小さくなります。

5.3 3. 具体例

振動数が大きいほど X_L は大きく、 X_C は小さくなります。したがって高周波ではコイルは流れにくく、コンデンサーは流れやすくなります。

6 見分け方

- 交流、実効値、コイル、コンデンサーが出たら、まず位相とリアクタンスを疑います。
- 周波数が変わるとどうなるか、を問われたら $X_L = \omega L$ と $X_C = \frac{1}{\omega C}$ を見ます。

7 どこまで成り立つか

ここで使った $X_L = \omega L$ 、 $X_C = \frac{1}{\omega C}$ は、正弦波の定常交流を前提にした整理です。過渡現象や、正弦波でない波形では、そのまま単純な「抵抗のような量」として扱うと誤解しやすいです。

また、リアクタンスは直流の抵抗と同じではありません。位相差が本質なので、電力や合成を考えると大きさは大きさだけでなく位相まで見る必要があります。

さいしゅうけい

8 最終形

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

ひとこと

9 一言でいうと

- こうりゅうかいろ交流回路では、おお大きさだけでなく、いそう位相みを見ます。

かんれん

10 関連リンク

→ [講義](#) [電流と回路](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/電流と回路-講義/>

→ [講義](#) [コンデンサー](#) [lecture](#) [physics](#) [electromagnetism](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/electromagnetism/コンデンサー-講義/>