

流体の基本

1 導入

この講義で最も重要なのは、流体では「力がどの面積にどう分布しているか」を圧力として捉えることです。力学では質点に働く力を直接考えることが多いですが、流体では押す力が空間に広がって伝わります。そのため、まず圧力という量で静止した流体を扱い、そのあと連続の式とベルヌーイの式で流れる流体を扱います。

2 用語と定義

圧力は

$$p = \frac{F}{S}$$

です。

浮力は、流体から物体が受ける上向きの力です。

連続の式は、定常流では流量が一定になるという関係です。

3 方針

静止した流体では、「深いほど圧力が大きい」という事実から浮力までつなげます。流れる流体では、まず断面積と速さの関係を連続の式で見て、そのあと仕事とエネルギーの立場からベルヌーイの式へ進みます。ここで前提もはっきりさせます。連続の式は、ここでは定常流で密度を一定とみなせる場合を考えます。ベルヌーイの式も、粘性を無視できる流体が、同じ流線にそって流れる場合に限り使います。

4 直感的な説明

水中で深く潜るほど耳が痛くなるのは、深いほど水圧が大きいからです。また、川の幅が狭くなると流れが速くなるのは、同じ量の水がより狭いところを通るからです。流体の問題は、見た目は違っても、「どこで圧力を見るか」「どこで流量を比べるか」「どこでエネルギーの保存を使うか」を押さえるとかなり整理できます。

5 厳密な説明

5.1 1. 圧力

$$p = \frac{F}{S}$$

なので、同じ力でも面積が小さいほど圧力は大きくなります。

5.2 2. 静止した流体と浮力

密度 ρ の流体で、深さ h のところの圧力は

$$p = p_0 + \rho gh$$

です。これは、断面積 S 、高さ h の流体の柱を考えると導けます。つり合いより、下側からの力は pS 、上側からの力は p_0S 、重力は ρShg なので

$$pS = p_0S + \rho Shg$$

です。これを S で割れば

$$p = p_0 + \rho gh$$

を得ます。

したがって物体の下側と上側では圧力が違い、その差によって上向きの力が生じます。これが浮力です。物体が押しのけた流体の体積を V とすると、

$$F_B = \rho gV$$

となります。これは、物体の上面と下面の圧力差を面積に掛けた力が、ちょうど押しのけた流体の重さに一致することを意味します。これがアルキメデスの原理です。

5.3 3. 連続の式

密度を一定とみなせる定常流では、ある時間に断面を通る体積がどこでも同じです。したがって

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

が成り立ちます。

これは、時間 Δt のあいだに断面1を通る体積が $S_1 v_1 \Delta t$ 、断面2を通る体積が $S_2 v_2 \Delta t$ であり、途中で流体がたまったり消えたりしないからです。

5.4 4. ベルヌーイの式

流線にそって流れる流体に仕事とエネルギー保存を考えると、

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{const.}$$

を得ます。

これは、体積 ΔV の流体に注目し、上流で圧力がした仕事と下流で受ける仕事の差が、運動エネルギーと位置エネルギーの増加に等しいと考えると導けます。すなわち

$$p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2) + \rho \Delta V g (h_2 - h_1)$$

です。これを ΔV で割って整理すると

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

となり、ベルヌーイの式を得ます。

これは、圧力、運動による項、位置による項の和が一定だという式です。

6 別の見方

ベルヌーイの式は、流体における力学的エネルギー保存の式と見ることができます。つまり、流体の問題も、「圧力」「速さ」「高さ」のどれを比較するかが見えれば、力学とよく似た考え方で整理できます。

7 見分け方

- 静止した水や気体の問題なら、まず圧力と浮力を考えます。
- 管の太さが変わる流れなら、まず連続の式です。
- 速さ、高さ、圧力の三つが同時に出るなら、ベルヌーイの式を疑います。
- 浮くか沈むかを問う問題では、重力と浮力の大小を比べます。
- ただし粘性が効く細い管の流れや、渦を含む複雑な流れでは、ベルヌーイの式をそのまま使わないようにします。

8 最終形

$$p = \frac{F}{S}$$

$$p = p_0 + \rho g h$$

$$F_B = \rho g V$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{const.}$$

9 どこまで成り立つか

静止した流体の圧力や浮力の議論は、密度を一定とみなせる液体では特に扱いやすいです。

連続れんぞくの式しきは、ここでは非圧縮ひあっしゆくの定常流ていじょうりゅうを仮定かていしています。ベルヌーイしきの式しきは、さらに粘性ねんせいを無視むしでき、同じ流線りゅうせんにそって比べる場合くらに使つかいます。
したがって、粘性ねんせいによる損失そんしつが大きい流れおおや、乱流なが支配らんりゅう的な場合しはいには、ベルヌーイしきの式しきを単純たんじゆんな保存則ぼぞんそくとして使つかうと誤あやまります。

10 一言ひとことでいうと

- 流体りゅうたいでは、圧力あつりょくで静止せいしした状態じょうたいを、連続れんぞくの式しきとベルヌーイしきの式しきで流れる状態なを整理じょうたいします。

11 関連かんれんリンク

→ [講義](#) [熱と気体](#) [lecture](#) [physics](#) [thermodynamics](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/thermodynamics/熱と気体-講義/>