

単位・次元・有効数字

1 導入

この講義の核心は、物理量は「数値+単位」の組で初めて意味をもち、計算の前後に単位・次元を点検することが誤答を防ぐ最善の手段であるという点だ。

数値だけを追跡する計算は危険である。単位が整合するか、次元が両辺で等しいか、有効数字が適切かを点検するだけで、かなりの誤答を事前に検出できる。

2 用語と定義

2.1 単位

単位とは、物理量の大きさを測る尺度である。

なぜ単位が必要か：「速さ 3」とだけ記されても、3 [m/s; LT^{-1}] と 3 [km/h; LT^{-1}] では物理的な意味が全く異なる。数値だけでは物理量を特定できないため、数値と単位の組を基本とする。

国際単位系は、1960年の国際度量衡総会で採択された単位体系である。基本単位を下表に示す。

基本量	単位名称	記号	命名の由来
長さ	メートル	m	ギリシャ語 metron (尺度)
質量	キログラム	kg	ギリシャ語 chilioi (千) + gramma (小さな重さ)
時間	秒	s	ラテン語 secunda (2番目の分割)
電流	アンペア	A	物理学者 André-Marie Ampère に由来
温度	ケルビン	K	物理学者 Lord Kelvin に由来

2.2 次元

次元とは、物理量を長さ L 、質量 M 、時間 T などの基本量で表現したものである。

なぜ次元を導入するのか：具体的な単位 (m, km, ft など) は換算係数で変化するが、次元は換算によって変化しない。したがって次元による検証は単位系に依存しない普遍的な整合性検査となる。

2.3 有効数字

有効数字とは、測定や計算において物理的に意味をもつ桁の総数である。

なぜ有効数字を管理するのか：測定値には必ず誤差がある。元の測定精度を超える桁まで報告しても、その桁に物理的な意味はない。有効数字を管理することで、計算結果の精度を正しく伝達できる。

2.4 単位と次元の区別

単位と次元は混同されやすいが、異なる概念である。

	たんい 単位	じげん 次元
ていぎ 定義	そくてい しゃくど 測定の尺度	きほんりょう じょう く あ 基本量のべき乗の組み合わせ
れい 例	m, km, ft, inch	L
かんざん 換算	1 [km; L] = 1000 [m; L]	かんざん 換算しても L のまま
やくわり 役割	ぐたいてき そくていち ひょうげん 具体的な測定値の表現	しき せいごうせいけんじょう 式の整合性検証

3 方針

計算の前後に単位を確認し、次元で式の構造を点検し、有効数字で答えの精度を整える、という三段階の確認を習慣化する。

4 直感的な説明

「速さ 3」と記されても、3 [m/s; LT^{-1}] と 3 [km/h; LT^{-1}] では物理的な意味が全く異なる。また力とエネルギーはいずれも大きさをもつ量だが、単位は異なる (N と J)。単位を確認すれば混同を防止できる。次元はさらに強力な道具である。「速度を時間で積分すると変位になる」という事実は

$$[v] \cdot T = LT^{-1} \cdot T = L$$

という次元計算で確認できる。数値を代入する前に次元を点検すれば、式の組み立て誤りを早期に発見できる。

5 厳密な説明

5.1 1. 単位の換算

力の単位 N は

$$N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

と定義される。この定義は運動方程式 $F = ma$ から自然に導かれる。右辺の単位を確認すると

$$[\text{kg}] \times [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = [\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = [\text{N}]$$

となり、両辺の単位が整合している。

5.2 2. 次元解析

物理的に正しい式では、両辺の次元が一致しなければならない。代表的な物理量の次元を下表に示す。

物理量	次元	導出
速度	LT^{-1}	変位 ÷ 時間
加速度	LT^{-2}	速度 ÷ 時間
力	MLT^{-2}	質量 × 加速度
エネルギー・仕事	ML^2T^{-2}	力 × 変位

うんどうりょう 運動量	MLT^{-1}	しつりょう そくど 質量 × 速度
----------------	------------	----------------------

具体例として、運動エネルギー $K = \frac{1}{2}mv^2$ の次元を確認する。

$$[K] = M \cdot (LT^{-1})^2 = ML^2T^{-2}$$

エネルギーの次元と一致し、式の整合性が確認できる。

注意：次元解析は正しさの必要条件しか与えない。次元が合っている場合もあるため、

十分条件ではない。たとえば $K = mv^2$ も $K = \frac{1}{2}mv^2$ も次元は同じ ML^2T^{-2} だが、前者は係数が誤っている。

5.3 3. 有効数字

測定値 2.3 [m; L] は有効数字2桁、2.30 [m; L] は3桁であり、後者の方が1桁高い精度を意味する。末尾の0

は「そこまで測定した」という情報を伝達している。

演算規則は次のとおりである。

- 加減算：小数点以下の桁数が最も少ない項に合わせる
- 乗除算：有効数字が最も少ない因数の桁数に合わせる

例として、2.3 [m; L] × 4.56 [m; L] を計算すると 10.488 [m²; L²] となるが、有効数字2桁 (2.3 に合わせる) に

丸めて 10 [m²; L²] と報告する。

6 見分け方

- 式を組み立てたら、両辺の次元が一致するか点検する。不一致の場合は式に誤りがある
- 答えの数値が物理的に妥当か疑わしい場合は、単位に戻って確認する
- 実験値や測定値を扱う問題では、有効数字の桁数まで含めて解答する

7 どこまで成り立つか

次元の整合は正しさの必要条件であって十分条件ではない。また、無次元量 (角度、屈折率、比など) は

次元が1であるため、次元解析だけでは識別できない。有効数字の扱いは計測器の精度に依存するため、

問題に応じた判断が必要である。

8 最終形

$$N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$[v] = LT^{-1}, \quad [a] = LT^{-2}, \quad [F] = MLT^{-2}$$

ひとこと

9 一言でいうと

物理では単位と次元は式の意味を点検する道具であり、有効数字は答えの精度を表現する手段である。

かんれん

10 関連リンク

→ [講義](#) [物理基礎ポータル](#) [lecture](#) [physics](#) [foundation](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/foundation/物理基礎ポータル-講義/>

→ [講義](#) [力のつり合いと運動の法則](#) [lecture](#) [physics](#) [mechanics](#)
<https://study.bem130.com/lecture/physics/mechanics/力のつり合いと運動の法則-講義/>